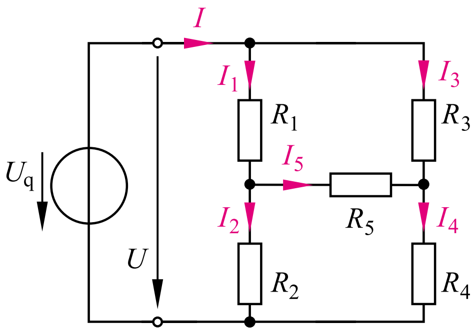
Nerreter, Grundlagen der Elektrotechnik
Carl Hanser Verlag München

2 Netze an Gleichspannung

Aufgabe 2.13
Die Reihenschaltung der Widerstände R_1 = 100 Ω und R_2 liegt an der konstanten Spannung U_q = 12 V. Welchen Wert muss der Widerstand R_2 erhalten, damit in ihm die Leistung 0,3 W umgesetzt wird? Die Leistung im Widerstand R_1 soll so klein wie möglich sein.

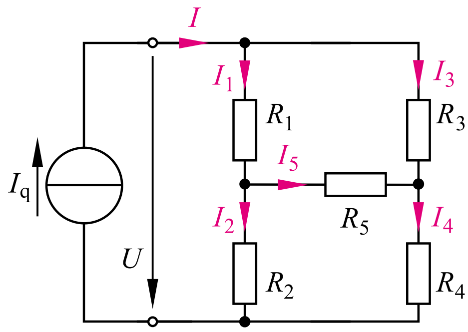
Aufgabe 2.14
Die Widerstände $R_1 = R_2 = R_3 = 1$ kΩ und $R_5 = 100$ Ω sowie die Spannung U_q = 15 V an der Brückenschaltung sind gegeben.



Welchen Wert muss der Widerstand R_4 erhalten, damit der Strom $I_5 = 1$ mA fließt?

Aufgabe 2.15
Für die Schaltung der Aufgabe 2.14 sind die Widerstände $R_1 = R_2 = R_3 = 1$ kΩ, $R_4 = 680$ Ω und $R_5 = 100$ Ω sowie die Spannung U_q = 15 V gegeben. Berechnen Sie den Strom I_5.

Aufgabe 2.16
Die Schaltung der Aufgabe 2.15 mit den Widerständen $R_1 = R_2 = R_3 = 1$ kΩ, $R_4 = 680$ Ω und $R_5 = 100$ Ω wird von einer Stromquelle mit dem Quellenstrom I_q = 15 mA gespeist. Berechnen Sie den Strom I_5, der durch den Widerstand R_5 fließt.

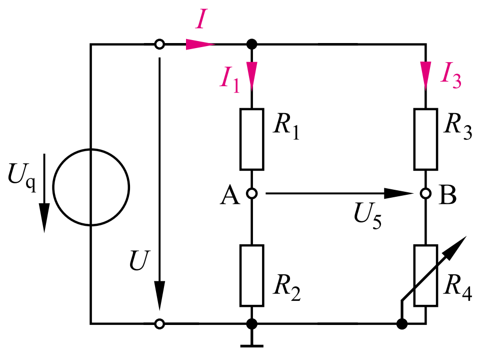


Aufgabe 2.17
Im Jahr 1882 erhielt Oskar von Miller (s. Seite 195) von der Stadt München den Auftrag, im Glaspalast eine Elektrizitätsausstellung durchzuführen. Eine besondere Attraktion war damals die erste Energie-Fernübertragung über die Telegrafenstrecke Miesbach-München (s. Aufgabe 1.9), die Miller mit dem Franzosen Marcel Deprez organisierte.

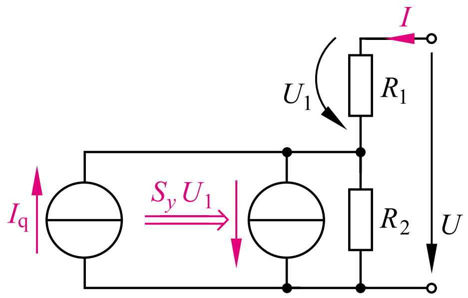
In Miesbach speiste ein Generator mit der Gleichspannung 2 kV die Leistung 1 kW in die Leitung ein. In München betrieb ein Elektromotor eine Pumpe, die einen Wasserfall in Bewegung hielt.
Welchen Wirkungsgrad hatte die Energieübertragung?

Aufgabe 2.18
Welchen Wirkungsgrad hätte die in den Aufgaben 1.9 und 2.17 beschriebene Energie-Fernübertragung gehabt, wenn eine Zweidrahtleitung aus Elektrolytkupfer mit dem Durchmesser 4 mm zur Verfügung gestanden hätte?

Aufgabe 2.19
In der Brückenschaltung wird der Widerstand R_4 durch ein Potentiometer 1 kΩ ersetzt, mit dem die Spannung im unbelasteten Zweig mit dem Leitwert $G_5 = 0$ zwischen den Werten $U_5 = -5$ V und $U_5 = +5$ V verändert werden kann.
Gegeben sind die Quellenspannung U_q = 12 V und $R_1 = 1$ kΩ.
Berechnen Sie die Widerstände R_2 und R_3.
Ist die Spannung U_5 linear von R_4 abhängig?

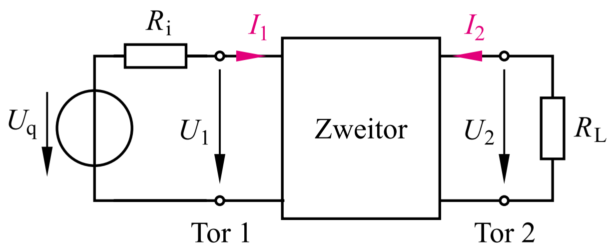


Aufgabe 2.20
Geben Sie allgemein (d. h. mit Formelzeichen) die Größen der Ersatzspannungsquelle an.



Wie muss der Steuerfaktor S_y der spannungsgesteuerten Stromquelle gewählt werden, damit sich die Schaltung wie eine ideale Spannungsquelle verhält? Welche Quellenspannung hat dabei die Schaltung?

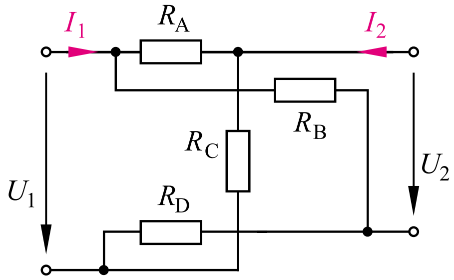
Aufgabe 2.21
Ein Verstärker-Zweitor wird durch die Leitwert-Parameter $Y_{11} = 490\ \mu\text{S}$; $Y_{12} = -0{,}05\ \mu\text{S}$; $Y_{21} = 0{,}06\ \text{S}$; $Y_{22} = 250\ \mu\text{S}$ beschrieben. Die Quelle hat den Innenwiderstand $R_i = 600\ \Omega$. Berechnen Sie für $U_1 = 0{,}1$ V und $R_L = 20\ \text{k}\Omega$ die Größen U_q, I_1, I_2 und U_2.



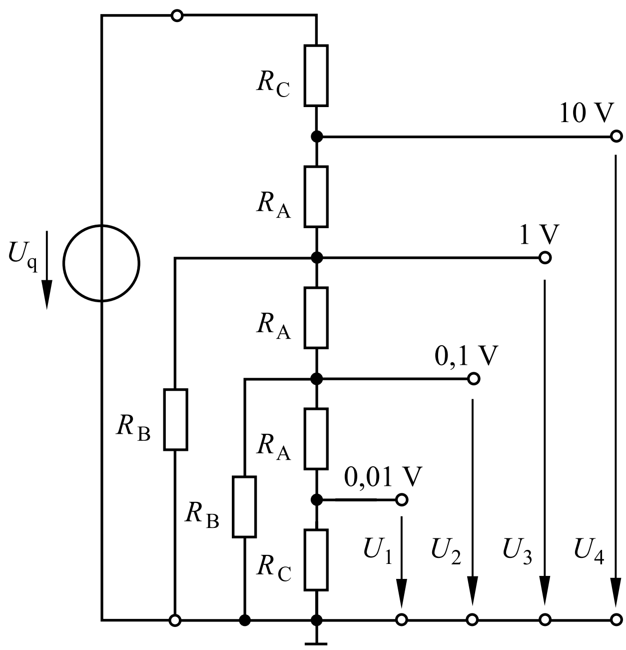
Aufgabe 2.22
Welche A-Parameter hat das Zweitor nach Bild 2.11?

Aufgabe 2.23
Eine Glühlampe mit der I-U-Kennlinie nach Bild 1.17 wird an einer linearen Quelle ($U_q = 12$ V; $R_i = 15\ \Omega$) betrieben. Welcher Arbeitspunkt stellt sich ein?

Aufgabe 2.24
Berechnen Sie die Z-Parameter der Brückenschaltung.



Aufgabe 2.25
Dimensionieren Sie die Widerstände R_A, R_B und R_C so, dass jeder Ausgang den Ersatz-Innenwiderstand 600 Ω aufweist. Berechnen Sie außerdem die Quellenspannung und den Widerstand, mit dem die Quelle belastet wird.



Lösung 2.13

Fasst man die beiden Gleichungen

$R_2\, I^2 = 0{,}3\ \mathrm{W}$

$(R_1 + R_2)\, I = 12\ \mathrm{V}$

zusammen, so erhält man die quadratische Gleichung:

$R_2^2 - 280\ \Omega \cdot R_2 + (100\ \Omega)^2 = 0$

Die beiden Lösungen sind:

$R_{2,1} = 238\ \Omega;\ R_{2,2} = 42\ \Omega$

Der größere Widerstand ergibt den kleineren Strom und damit die kleineren Verluste in R_1. Der gesuchte Widerstand ist also $R_2 = 238\ \Omega$.

Lösung 2.14

Mit der Knotengleichung

$I_1 = I_2 + 1\ \mathrm{mA}$

und der Maschengleichung

$I_1\, R_1 + I_2\, R_2 = 15\ \mathrm{V}$

berechnen wir die Ströme $I_1 = 8\ \mathrm{mA}$; $I_2 = 7\ \mathrm{mA}$ und damit die Spannungen:

$U_1 = I_1\, R_1 = 8\ \mathrm{V};\ \ U_2 = I_2\, R_2 = 7\ \mathrm{V}$

Mit $U_5 = I_5\, R_5 = 0{,}1\ \mathrm{V}$ erhalten wir die Spannungen:

$U_3 = I_3\, R_3 = U_1 + U_5 = 8{,}1\ \mathrm{V}$

$U_4 = I_4\, R_4 = U_\mathrm{q} - U_3 = 6{,}9\ \mathrm{V}$

Mit der Spannung U_3 berechnen wir den Strom I_4:

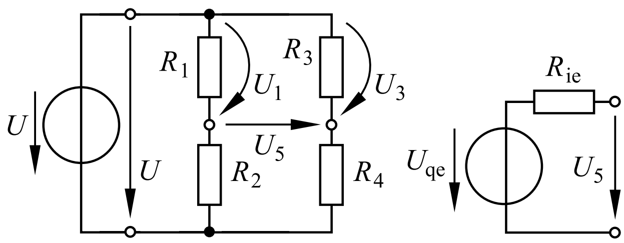
$I_4 = I_3 + I_5 = U_3/R_3 + 1\ \mathrm{mA} = 9{,}1\ \mathrm{mA}$

Schließlich erhalten wir den gesuchten Widerstand als Quotienten aus U_4 und I_4:

$R_4 = U_4/I_4 = 758{,}24\ \Omega$

Lösung 2.15

Zunächst bestimmen wir die Ersatzschaltung mit den Größen U_qe und R_ie für die Spannungsquelle und die Widerstände $R_1 \ldots R_4$.



Mit der Spannungsteilerregel berechnen wir die Spannungen U_1 und U_3:

$$U_1 = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 7{,}5\ \mathrm{V}$$

$$U_3 = U \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 8{,}93\ \mathrm{V}$$

Die Ersatzquellenspannung erhalten wir mit dem Maschensatz:

$U_\mathrm{qe} = U_3 - U_1 = 1{,}4286\ \mathrm{V}$

Vor der Berechnung des Innenwiderstandes R_ie ersetzen wir die ideale Spannungsquelle durch einen Kurzschluss.

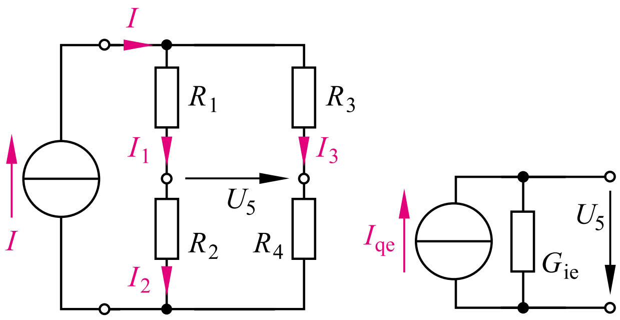
Der Widerstand zwischen den Ausgangsklemmen ist:

$$R_\mathrm{ie} = \frac{1}{G_1 + G_2} + \frac{1}{G_3 + G_4} = 904{,}76\ \Omega$$

Den gesuchte Strom I_5, der durch den Widerstand R_5 fließt, berechnen wir mit der Maschengleichung für die Ersatzschaltung:

$$I_5 = \frac{U_\mathrm{qe}}{R_\mathrm{ie} + R_5} = 1{,}4218\ \mathrm{mA}$$

Lösung 2.16
Zunächst bestimmen wir die Ersatzschaltung mit den Größen I_{qe} und G_{ie} für die Stromquelle und die Widerstände $R_1 \dots R_4$.



Mit der Stromteilerregel berechnen wir die Ströme I_1 und I_2 für $I = I_q = 15$ mA:

$$I_1 = I \cdot \frac{G_1}{G_1 + G_3} = 7{,}5 \text{ mA}$$

$$I_2 = I \cdot \frac{G_2}{G_2 + G_4} = 6.07 \text{ mA}$$

Den Ersatzquellenstrom erhalten wir mit dem Knotensatz:

$$I_{qe} = I_1 - I_2 = 1{,}4286 \text{ mA}$$

Vor der Berechnung des Innenleitwerts G_{ie} ersetzen wir die ideale Stromquelle durch eine Unterbrechung. Der Leitwert zwischen den Ausgangsklemmen ist:

$$G_{ie} = \frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_2 + R_4} = 1095{,}24\ \mu\text{S}$$

Den gesuchte Strom I_5, der durch den Widerstand R_5 fließt, berechnen wir mit der Stromteilerregel für die Ersatzschaltung:

$$I_5 = \frac{I_{qe}\, G_5}{G_{ie} + G_5} = 1{,}2876 \text{ mA}$$

Lösung 2.17
Durch die Leitung und den Verbraucher floss der Strom $I = P/U = 0{,}5$ A, der in der Leitung die Verluste $RI^2 = 0{,}75$ kW hervorrief. Dem Verbraucher stand also nur die nutzbare Leistung 0,25 kW zur Verfügung und der Wirkungsgrad betrug 25 %.
Der Versuch, mit dem gezeigt wurde, dass die Übertragung elektrischer Energie über eine größere Entfernung möglich ist, funktionierte nur wenige Tage, da die Isolation der Telegrafenleitung nicht für die Spannung 2 kV ausgelegt war.

Lösung 2.18
Die Leitung mit dem Querschnitt $A = 12{,}57$ mm^2 hätte den Widerstand 162 Ω gehabt, und der Strom 0,5 A hätte die Verluste 40,49 W hervorgerufen, womit der Wirkungsgrad 96 % erreicht worden wäre.
Das Problem bei einer Energieübertragung ist nicht nur der Wirkungsgrad; entscheidend ist vielmehr, ob der Aufwand beim Bau und Betrieb der Leitung in einem vernünftigen Verhältnis zur übertragenen Leistung steht.

Lösung 2.19
Für $R_4 = 0$ ist $R_2\, I_1 = U_5 = 5$ V. Mit der Spannungsteilerregel setzen wir an:

$$\frac{U_q}{R_1 + R_2} = \frac{U_5}{R_2}$$

Damit berechnen wir den Widerstand $R_2 = 714{,}28\ \Omega$.

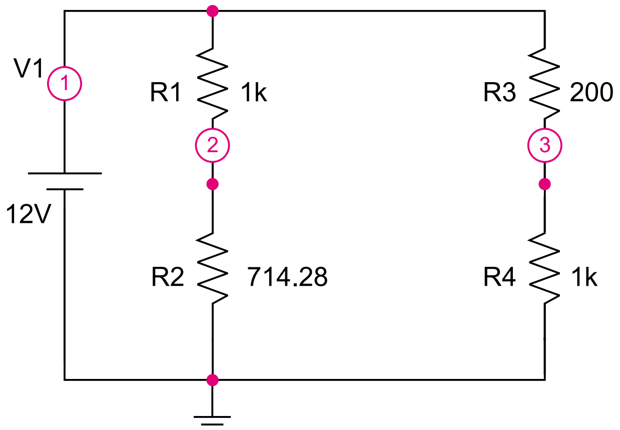
Für $R_4 = 1$ kΩ ist $U_5 = -5$ V. Zunächst berechnen wir für $R_2\, I_1 = 5$ V mit der Maschengleichung

$$R_3\, I_3 - U_5 + R_2\, I_1 - U_q = 0$$

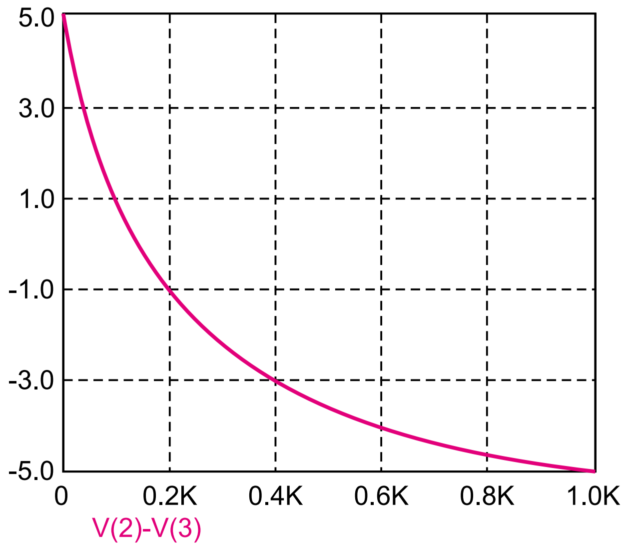
den Spannungsabfall $R_3\, I_3 = 2$ V und bestimmen damit den Spannungsabfall $R_4\, I_3 = 10$ V.
Damit fließt durch die Widerstände R_3 und R_4 der Strom $I_3 = 10\text{ V}/R_4 = 10$ mA und es ergibt sich:

$$R_3 = 2\text{ V}/(10\text{ mA}) = 200\ \Omega$$

Ob die Funktion $U_5 = f(R_4)$ ist linear ist, überprüfen wir zweckmäßig mit Micro-Cap.



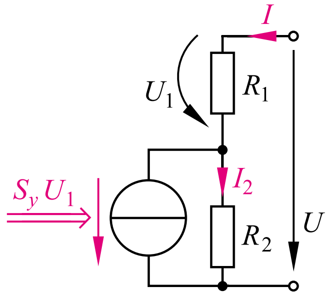
Wir wählen die Gleichanalyse *DC...* und tragen bei *Variable 1* den Ausdruck R4 ein.



Lösung 2.20
Die Leerlaufspannung U_0 der Schaltung ist auch die Ersatzquellenspannung U_{qe}. Wir setzen $I = 0$ und stellen fest, dass bei $U_1 = 0$ die gesteuerte Quelle keinen Strom in die Schaltung einspeist; damit ist:

$$U_{qe} = R_2 I_q$$

Zu Beginn der Ermittlung des Innenwiderstandes $R_{ie} = U/I$ ersetzen wir die unabhängige Stromquelle, die den Quellenstrom I_q einspeist, durch eine Unterbrechung.



Mit der Knotengleichung

$$S_y U_1 + I_2 = I$$

berechnen wir den Strom

$$I_2 = I - S_y U_1$$

und mit $U_1 = R_1 I$ die Klemmenspannung:

$$U = R_1 I + R_2 (I - S_y R_1 I)$$

Damit erhalten wir den gesuchten Innenwiderstand:

$$R_{ie} = U/I = R_1 + R_2 - S_y R_1 R_2$$

Für $R_{ie} = 0$ verhält sich die Schaltung wie eine ideale Spannungsquelle; hierfür gilt:

$$S_y = (R_1 + R_2)/(R_1 R_2) = G_1 + G_2$$

Lösung 2.21
Wir setzen die Gleichung $U_2 = -R_L I_2$ in die Gln. (2.34) ein und erhalten zwei Gleichungen:

$$I_1 = Y_{11} U_1 - Y_{12} R_L I_2$$

$$I_2 = Y_{21} U_1 - Y_{22} R_L I_2$$

Mit den Lösungen $I_1 = 0{,}05$ mA und $I_2 = 1$ mA berechnen wir $U_2 = -R_L I_2 = -20$ V sowie die Spannung $U_q = U_1 + R_i I_1 = 0{,}13$ V.

Lösung 2.22

Der Spannungsteiler ist der Sonderfall $R_B = 0$ der T-Schaltung, deren Z-Matrix im Beispiel 2.14 angegeben ist. Für den Spannungsteiler nach Bild 2.11 gilt:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_A + R_C & R_C \\ R_C & R_C \end{bmatrix}$$

Mit der Determinante nach Gl. (2.40)

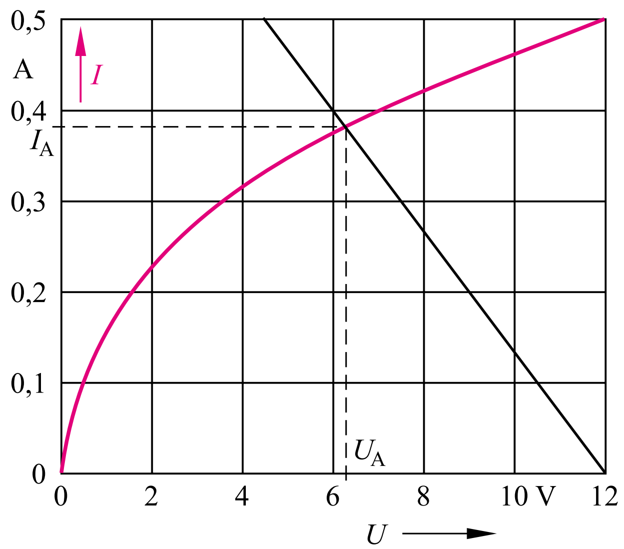
$$\det Z = (R_A + R_C)\, R_C - R_C^2 = R_A + R_C$$

wandeln wir mit $1/Z_{21} = G_C$ gemäß Tab. 2.1 um:

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + R_A G_C & R_A \\ G_C & 1 \end{bmatrix}$$

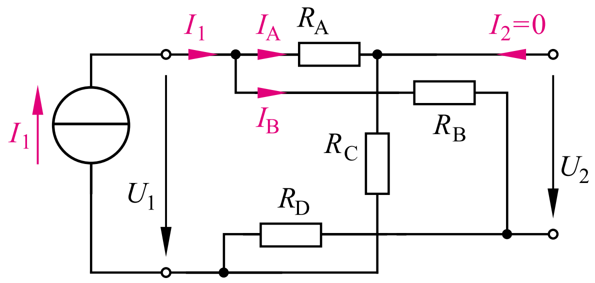
Lösung 2.23

Entsprechend Bild 2.2 zeichnen wir die gespiegelte Kennlinie der Quelle ($U_0 = 12$ V; $I_k = 0{,}8$ A) ins Bild 1.17 ein und lesen $I_A = 0{,}38$ A und $U_A = 6{,}15$ V ab.



Lösung 2.24

Wir denken uns zunächst an das Tor 1 eine ideale Stromquelle geschaltet, deren Strom durch die Parallelschaltung von $R_A + R_C$ und $R_B + R_D$ fließt:



$$I_1 = \frac{U_1}{R_A + R_C} + \frac{U_1}{R_B + R_D} = I_A + I_B$$

Für $I_2 = 0$ ergibt die erste Gleichung der Gln. (2.30):

$$Z_{11} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{1}{\dfrac{1}{R_A + R_C} + \dfrac{1}{R_B + R_D}}$$

Nun setzen wir die Ströme

$$I_A = \frac{U_1}{R_A + R_C}\,; \quad I_B = \frac{U_1}{R_B + R_D}$$

mit $U_1 = Z_{11} I_1$ in die Maschengleichung

$$R_A I_A + U_2 - R_B I_B = 0$$

ein und berechnen:

$$Z_{21} = \frac{U_2}{I_1} = \frac{R_B I_B - R_A I_A}{I_1} = \frac{Z_{11} R_B}{R_B + R_D} - \frac{Z_{11} R_A}{R_A + R_C}$$

Da das Zweitor keine gesteuerte Quelle enthält, gilt die Gl. (2.50) und es ist $Z_{12} = Z_{21}$.

Zum Schluss entfernen wir die Quelle vom Tor 1 und denken uns an das Tor 2 eine ideale Stromquelle geschaltet, deren Strom durch die Parallelschaltung von $R_A + R_B$ und $R_C + R_D$ fließt. Für

$$I_2 = \frac{U_2}{R_A + R_B} + \frac{U_2}{R_C + R_D}$$

und $I_1 = 0$ ergibt die zweite Gleichung der Gln. (2.30):

$$Z_{22} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{1}{\dfrac{1}{R_A + R_B} + \dfrac{1}{R_C + R_D}}$$

Lösung 2.25

Die Spannung $U_1 = 0{,}01$ V fällt an R_C und die Spannung $U_2 = 0{,}1$ V an der Reihenschaltung von R_A und R_C ab. Mit dem Ansatz

$$\frac{U_2}{U_1} = 10 = \frac{R_A + R_C}{R_C} = \frac{R_A}{R_C} + 1$$

erhalten wir:

$$R_A = 9\,R_C$$

Um das Verhältnis der Spannungen U_2 und U_3 anzusetzen, fassen wir die in Reihe geschalteten Widerstände R_A und R_C zum Ersatzwiderstand

$$R_{AC} = R_A + R_C = 9\,R_C + R_C = 10\,R_C$$

und dann die Parallelschaltung aus R_{AC} und R_B zum Ersatzleitwert $G_P = 1/R_P$ zusammen:

$$G_P = \frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{10\,R_C}$$

Damit ergibt sich:

$$\frac{U_3}{U_2} = 10 = \frac{R_A + R_P}{R_P} = \frac{R_A}{R_P} + 1$$

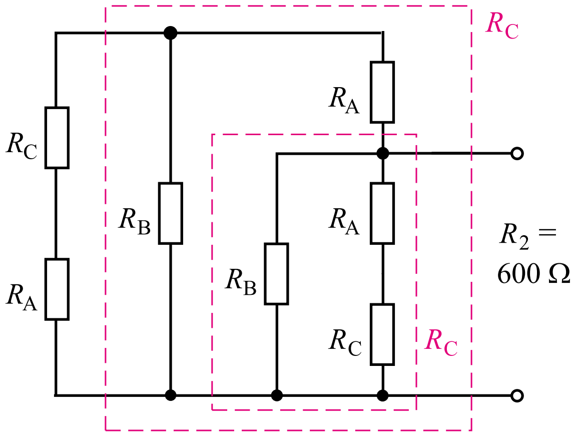
Nun setzen wir $R_A = 9\,R_C$ und den Leitwert G_P ein:

$$\frac{9\,R_C}{R_B} + \frac{9\,R_C}{10\,R_C} + 1 = 10$$

Den Zusammenhang $R_C = 0{,}9\,R_B$ setzen wir in die Gleichung für G_P ein:

$$G_P = \frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{10\,R_C} = \frac{0{,}9}{R_C} + \frac{1}{10\,R_C} = \frac{1}{R_C}$$

Wegen $R_P = R_C$ lässt sich also die Parallelschaltung aus R_B und $R_A + R_C$ durch einen Widerstand R_C ersetzen. Mit diesem Zusammenhang berechnen wir den Ersatzinnenwiderstand R_2, wobei wir die ideale Spannungsquelle am Tor 1 durch einen Kurzschluss ersetzen.



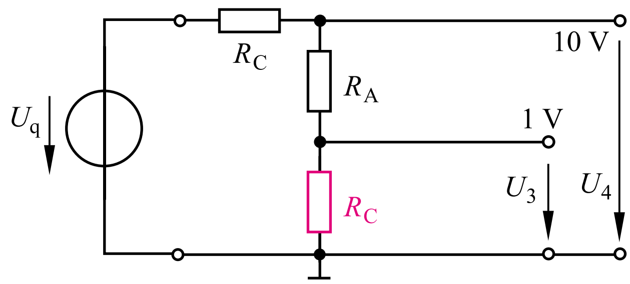
Mit $R_A = 9\,R_C$ und

$$R_2 = 600\,\Omega = \frac{1}{\dfrac{1}{R_A + R_C} + \dfrac{1}{R_C}}$$

erhalten wir $R_C = 660\,\Omega$ und berechnen damit:

$$R_A = 9\,R_C = 5940\,\Omega\,;\;\; R_B = R_C/0{,}9 = 733\,\Omega$$

Bei der Berechnung des Lastwiderstandes R_L für die Quelle ersetzen wir zweimal die Parallelschaltung aus R_B und $R_A + R_C$ durch einen Widerstand R_C und erhalten $R_L = R_C + R_A + R_C = 7{,}26$ kΩ.



Durch den obersten Widerstand R_A an der Spannung $U_4 - U_3 = 9{,}0$ V fließt der Strom 9,0 V / 5940 Ω = 1,515 mA. Dieser Strom erzeugt am obersten Widerstand R_C den Spannungsfall 1,515 mA · 660 Ω = 1,0 V. Damit ergibt sich $U_q = U_4 + 1{,}0\text{ V} = 11{,}0$ V.